

含软弱夹层边坡的三维稳定性极限分析

王浩然^{1,2}, 黄茂松^{1,2}, 刘怡林^{3,4}

(1. 同济大学 地下建筑与工程系, 上海 200092; 2. 同济大学 岩土及地下工程教育部重点实验室, 上海 200092;
3. 交通运输部 公路科学研究院, 北京 100088; 4. 交通运输部 道路结构与材料交通行业重点实验室, 北京 100088)

摘 要: 边坡的三维稳定性分析比其二维平面应变模型在理论上更能反映边坡的实际情况。为研究软弱夹层对边坡稳定性的影响, 引入三维圆锥体平动破坏机构和牛角状螺旋圆锥体转动破坏机构, 建立三维转动-平动组合破坏机构, 并通过平面插入的方法实现破坏机构沿边坡的纵向拓展以便用于任意长度的边坡稳定性分析。结合算例分析, 通过与弹塑性有限元数值模拟结果进行对比, 验证了本文方法的有效性。分析表明, 组合破坏机构能够很好的用于含软弱夹层边坡的稳定性分析并为实际工程提供一个简单有效的设计方法。

关 键 词: 软弱夹层; 边坡; 稳定性; 极限分析上限法; 安全系数

中图分类号: TU 432

文献标识码: A

Three-dimensional stability analysis of slope with weak interlayer

WANG Hao-ran^{1,2}, HUANG Mao-song^{1,2}, LIU Yi-lin^{3,4}

(1. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China;
2. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China;
3. Research Institute of Highway, Ministry of Transport, Beijing 100088, China;
4. Key Laboratory of Road Structure & Material, Ministry of Transport, Beijing 100088, China)

Abstract: Three-dimensional analysis of slope stability is developing. Compared with two-dimensional method, this method can reflect the condition of slope more closely to the fact. Based on the upper bound limit analysis method, a new three-dimensional rotation-translation combined mechanism is proposed to study the stability of slope with weak interlayer. And this combined mechanism can be expended longitudinally through the plane insert; so the method could be used to analyze the slope stability with different lengths. The proposed failure mechanism is finally verified by comparisons with the elastoplastic finite element method. The comparisons show that the proposed mechanism improves the efficiency of the previously-developed rigid block mechanism to account for the presence of the weak interlayer in the slope and can be used as a simple evaluation method for the engineering design.

Key words: weak interlayer; slope; stability; upper bound limit analysis; safety factor

1 引 言

边坡稳定是岩土工程三大稳定问题之一, 一直备受关注。近百年来, 许多研究者致力于这一工作, 得到了大量研究成果。早期的研究主要集中在二维边坡上, 但是边坡稳定实际上是一个三维问题, 将边坡近似地作为平面问题考虑而忽略坡体滑动时侧面的阻滑力作用, 这对边坡的稳定性影响较大。近年来, 随着研究的深入以及计算机技术的迅猛发展, 一些学者开始研究边坡的三维稳定性。在数值方法方面, 三维强度折减弹塑性有限元法被普遍采用,

如 Griffiths 等^[1]探讨了边界条件、几何形状对三维边坡稳定性的影响, 袁伟等^[2]分析了三维含软弱夹层边坡的稳定性, 但是由于这种方法本身的复杂性难以在工程中推广。极限平衡法也常被用来分析边坡的稳定性, 大多数三维极限平衡法都可以看成是二维方法在三维条件下的扩展, 如冯树仁等^[3]提出的方法是二维 Janbu 法在三维条件下的扩展; 陈祖煜等^[4]提出的方法是二维 Spencer 法在三维条件下的扩展; Cheng 等^[5]采用了非球破坏面的三维极限平衡法分析了含软弱夹层边坡的稳定性。但是从极限理论角度上来看, 极限平衡法获得的解并不是严

格意义上的一个上限解或下限解。为此，有许多学者采用极限分析法来进行研究^[6-7]，该方法具有严格的假设（满足一定的流动法则和能量平衡等），能够提供提供一个精确的上限解或下限解。也正是由于这些严格的假设，使得极限分析法在三维边坡稳定性分析中有很大难度，尤其是三维破坏机构的构建十分不易，目前仅有少量的相关研究。如 Michalowski^[8]提出一个三维牛角状螺旋圆锥体转动破坏机构，分析三维均质边坡从坡脚破坏的稳定性，Gao 等^[9]将此转动破坏机构用于分析三维均质边坡从坡面破坏和坡底破坏的稳定性。而对于含软弱夹层边坡的三维稳定性极限分析则更少。因此，本文正是考虑软弱夹层的影响，基于极限分析上限法，引入三维圆锥体平动破坏机构和牛角状螺旋圆锥体转动破坏机构，构建三维转动-平动组合破坏机构，分析了含软弱夹层边坡的三维稳定性，并结合算例，通过有限元数值模拟进行对比验证。

2 三维稳定上限分析

极限分析上限法的关键在于破坏机构的构建，尤其是三维破坏机构，本文引入三维圆锥体平动破坏机构（见图 1(a)）和牛角状螺旋圆锥体转动破坏机构（见图 1(b)）来构建三维转动平动组合破坏机构（见图 2）。通过圆锥体平动破坏机构（块体 c）来模拟边坡沿着软弱夹层发生滑动（CM 段位于软弱夹层），而牛角状螺旋圆锥体转动破坏机构（块体 a）则用来模拟破坏面从软弱夹层某处向上延伸至坡顶。而平动块体 b 位于块体 a 和块体 c 之间，用来实现块体 a 到块体 c 的过渡。图 3 为上述构建的组合破坏机构的三维示意图，图中可以清楚看到块体 c 与软弱夹层的交面为一平面，块体 c 也正是沿着该面发生滑动。

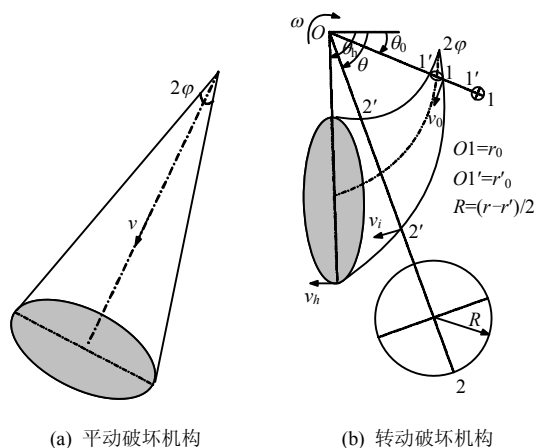


图 1 基本破坏机构

Fig.1 Failure mechanism

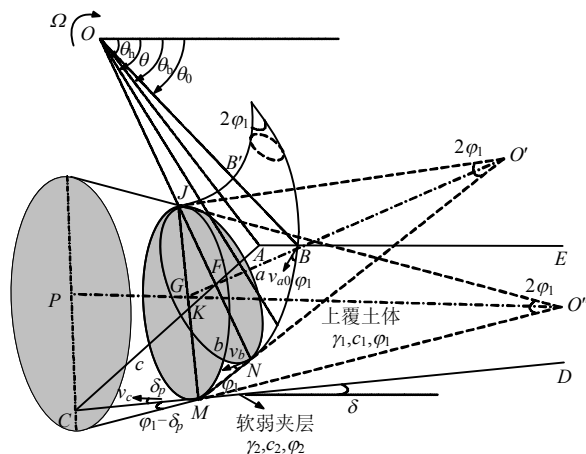
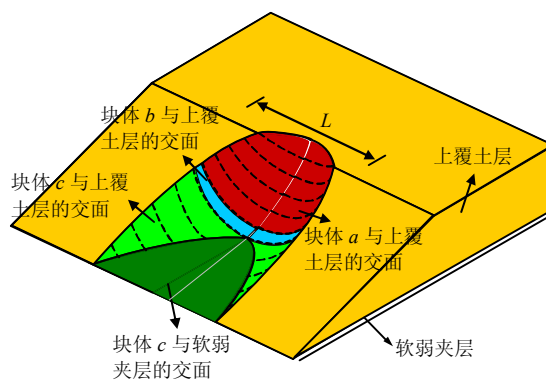
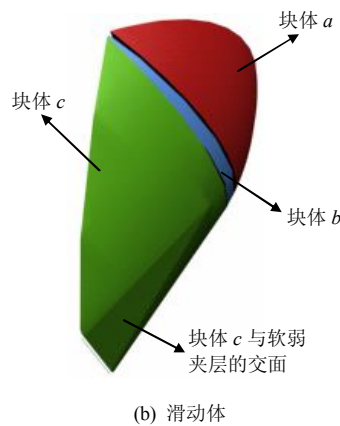


图 2 转动-平动组合破坏机构

Fig.2 Rotation-translation combined failure mechanism



(a) 组合破坏机构的三维示意图



(b) 滑动体

图 3 三维示意图

Fig.3 3D schematic diagrams

三维圆锥体的张角为 2φ ，牛角状螺旋圆锥体两条对数螺旋线之间的张角也为 2φ ，因此，这样该破坏机构就能满足关联流动法则的要求（滑动体相对速度方向与速度间断面夹角应为土体的内摩擦角 φ ）。在速度场构建方面，假设平动块体 c 的速度为

v_c , 其速度方向与轴线 $O'P$ 平行, 平动块体 b 的速度为 v_b , 其速度方向与轴线 $O'G$ 平行。以 v_c 为基础, 根据点 M 处的速度相容关系 (见图 4), 可以推得块体 b 的速度 $v_b = v_c \cos(\varphi_1 + \varphi_2) / \cos(\varphi_1 - \varphi_2)$, MK 上的块体相对速度 $v_{rb} = v_c \sin(2\varphi_2) / \cos(\varphi_1 - \varphi_2)$ 。转动块体 a 绕着点 O 旋转, 块体 a 在点 N 处的速度与块体 b 的速度相同, 即 $v_{ah} = v_b$, 块体 a 的旋转角速度 $\Omega = v_{ah} / r_h$ 。

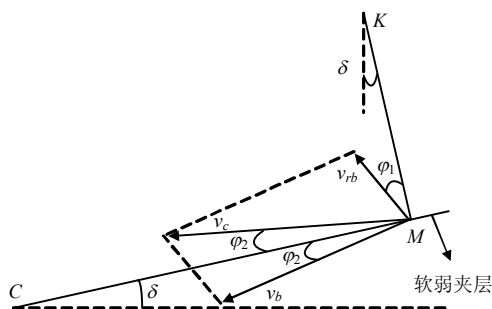


图 4 速度相容矢量关系
Fig.4 Velocity hodograph

上述构建的组合破坏机构在含软弱夹层边坡内形成的滑动体如图 3(a)所示, 整个滑动体沿纵向的长度为 L , 也就是说如果仅仅是采用上述的组合破坏机构进行计算, 即使纵向侧面没有约束, 也只能分析有限的长度 L 。但是对于纵向长度很大的堤坝或填埋场边坡来说, 其失稳破坏形式应更接近于平面应变模式。考虑到边坡破坏的这一特性, 将图 3 中的滑动体沿着对称面“切开”, 将对称面沿纵向进行延拓并插入滑动体中 (见图 5), 其延拓的长度为 l 。这样该组合破坏机构通过如此拓展就能应用于任意长度的含软弱夹层边坡稳定性分析中。

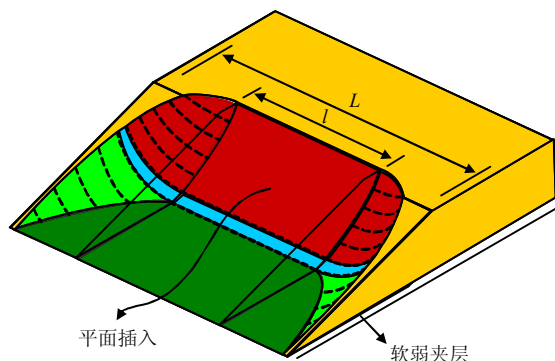


图 5 带有平面插入的转动-平动组合破坏机构
Fig.5 Rotation-translation combined failure mechanism with plane insert

据极限分析上限定理, 当边坡处于极限平衡状

态时, 外力所做的功率应该等于边坡的内能耗散率 (Drucker 等^[10])。在本文分析中暂不考虑边坡表面上有外力的作用, 故外力所做的功率 E 主要是由重力产生的即

$$E = E_w = \int_V \gamma_i v_i dV \quad (1)$$

而内能耗散主要发生在速度间断面 S 和转动体 V_a 内上, 可表示为

$$D = \int_S c_i v_i dS + \int_{V_a} c_i \dot{\epsilon} dV \quad (2)$$

式中: γ_i 、 c_i 和 v_i 分别为块体 i 的重力、黏聚力和速度; $\dot{\epsilon}$ 为块体内的应变率。

在该破坏机构中, 由于假设边坡部分沿着软弱夹层发生滑动, 因而点 M 和在软弱夹层界面上的位置 x_M 是未知的。还有对于转动块体 a 来说其起始线 OB 与水平线的夹角 θ_{a0} , OQ 与 OB 的长度之比 r'_0 / r_0 也是未知的。采用该组合破坏机构用于分析实际边坡时, 一旦这 3 个未知量确定那么组合破坏机构的尺寸也就确定了。因此需要对这 3 个未知量进行优化, 本文采用全局搜索的方法, 搜索当 D/E 取得最小值时 x_M 、 θ_{a0} 和 r'_0 / r_0 的值, 并认为此时由这 3 个变量确定的滑动面形状为最危险的滑动面。

通常情况下计算搜索得到的 D/E 并不等于 1 (即内能耗散 D 不等于外力所做的功率 E), 表明边坡尚未处于极限平衡状态。如图 6 所示, 在本文分析中引入强度折减技术, 即 $c_m = c/F_i$, $\tan\varphi_m = \tan\varphi/F_i$, 对土体强度进行折减, 并对边坡进行反复计算, 最终达到极限平衡状态的要求, 此时的折减系数 F_i 即为边坡的安全系数。

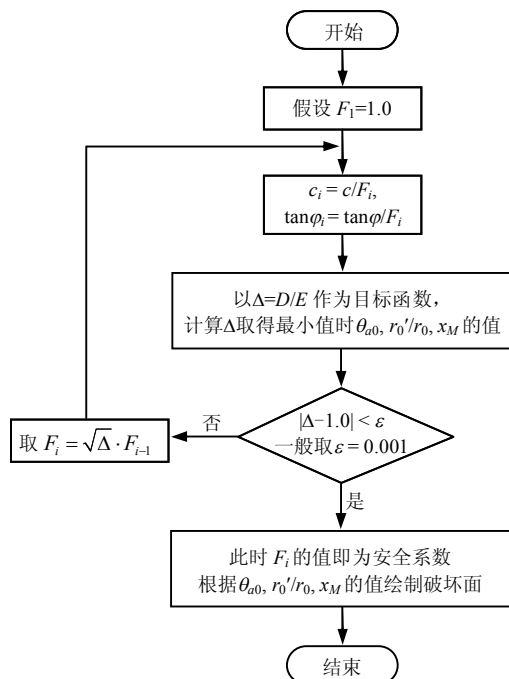


图 6 安全系数计算流程图

Fig.6 Flow chart for computing safety factor

3 算例分析

图 7 为一含软弱夹层边坡的断面图, 该边坡沿纵向长度为 80 m, 软弱夹层经过坡脚, 土体的强度参数如表 1 所示。采用本文的极限分析上限法分析该边坡的安全稳定性。为了对比, 还采用强度折减弹塑性有限元法 (SSRFEM) 进行稳定性分析。

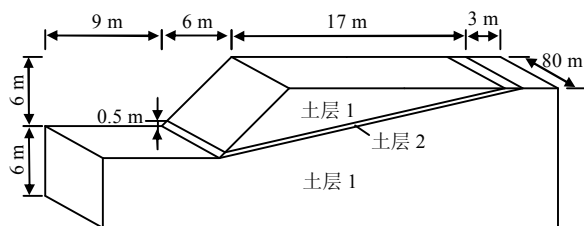


图 7 含软弱夹层边坡示意图

Fig.7 Schematic illustration of slope with weak interlayer

表 1 土体计算参数
Table 1 Soil parameters

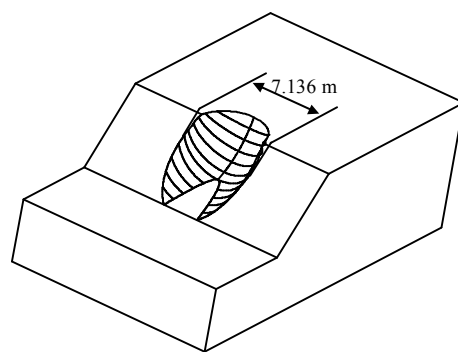
土层	重度 (kN/m ³)	黏聚力 /kPa	内摩擦角 /(°)	弹性模量 /MPa	泊松比
1	20	20	15	5	0.3
2	20	10	10	5	0.3

首先采用图 2 所示的组合破坏机构进行分析, 得到的破坏形状如图 8(a)所示, 其破坏面沿纵向的长度 $L = 7.136$ m, 相对应的安全系数为 2.31。而该

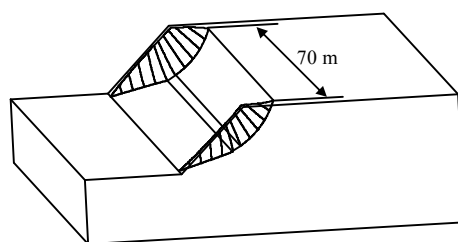
算例中边坡沿纵向长度为 80 m, 若仅采用图 2 的组合破坏机构就有些不恰当了, 此时应该采用图 5 的方法, 在图 2 组合破坏机构的基础上插入长度 $l = 70$ m 的滑动块体, 这样计算得到的破坏面沿纵向范围为 77.136 m (见图 8(b)), 安全系数为 1.37。

接下来采用强度折减弹塑性有限元法 (SSRFEM) 对该边坡进行稳定性分析, 分别计算该边坡宽度为 10、20、30、40、60、80、100、120 m 共 8 种情况下的安全系数, 绘制安全系数与边坡宽度的关系如图 9 所示。采用极限分析法计算得到不同宽度的边坡安全系数也绘于图 9。图 10 则为对应于边坡宽度为 80 m 时, 有限元法计算得到的破坏时的等效塑性应变云图, 为了能够清楚看到边坡内部的破坏模式, 将边坡沿纵向从边界到对称面进行切片。

在极限分析上限法中 (见图 8(b)), 在对称面处插入了长度 $l = 70$ m 的平面应变块体, 在边界处破坏面向坡面延伸。图 10 为强度折减弹塑性有限元法计算得到的破坏模式, 为了能够清楚的看到边坡内部的破坏情况, 将边坡沿纵向进行切片展示 (见图 10(c))。从图中可以看出在对称面附近的边坡部分, 各截面的破坏模式大致相同更接近与平面应变的破坏模式, 而靠近边界处的边坡部分其等效塑性应变的开展范围逐渐减小, 整体呈现一椭球形状。两种方法计算得到的破坏面形状十分接近, 并且安全系数也比较接近。说明了本文提出的转动-平动组合破坏机构极限分析上限法能够有效的用于含软弱夹层边坡的稳定性分析。



(a) 无平面插入的破坏机制



(b) 有平面插入的破坏机制

图 8 极限分析上限法确定的临界破坏机制
Fig.8 Critical failure mechanism determined by upper bound limit analysis

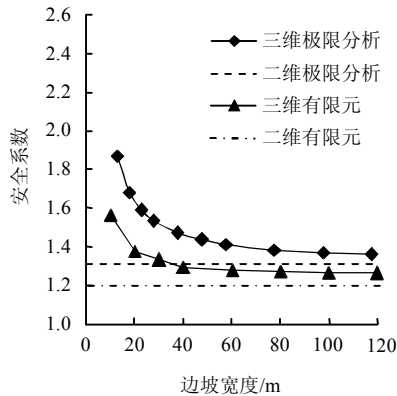
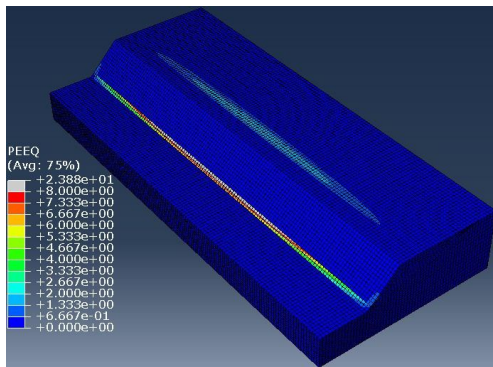


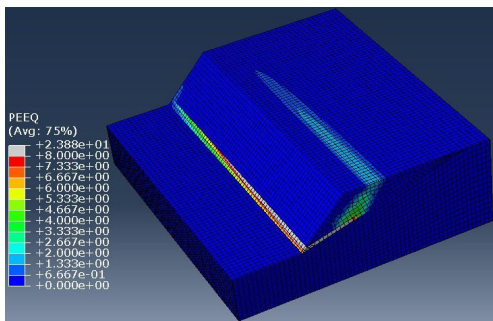
图 9 安全系数与边坡宽度的关系
Fig.9 Relationships between safety factor and width of slope

4 结 论

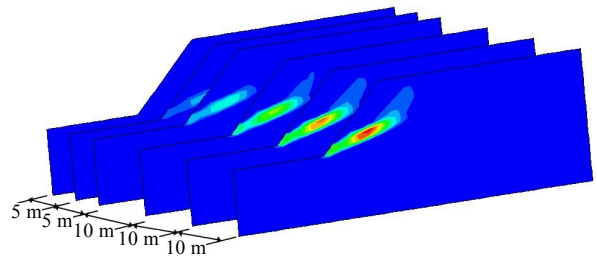
本文考虑软弱夹层对边坡稳定性的影响,提出了三维转动-平动组合破坏机构极限分析上限法,



(a) 全边坡等效塑性应变云图



(b) 对称截取的边坡等效塑性应变云图



(c) 全边坡等效塑性应变云图沿纵向切片

图 10 强度折减有限元法确定的临界破坏机制
Fig.10 Critical failure mechanism determined by strength reduction finite element method

并用于含软弱夹层边坡稳定性分析。通过算例,将计算结果与强度折减弹塑性有限元法分析结果进行对比,验证了本文方法的有效性。分析表明传统转动破坏机构无法分析软弱夹层对边坡稳定性的影响,而转动-平动组合破坏机构能很好地用于分析含软弱夹层边坡的稳定性,描述软弱夹层对边坡稳定性的影响。本文方法优化所得的破坏面较强度折减有限元法更为清晰直观,通过平面插入的方法实现破坏机构纵向的扩展能够用于任意长度的含软弱夹层边坡分析,并且求解快速,便于工程应用。

参 考 文 献

- [1] GRIFFITHS D V, MARQUEZ R M. Three dimensional slope stability analysis by elastoplastic finite elements[J]. *Geotechnique*, 2007, 57(6): 537—546.
- [2] 袁伟, 黄茂松, 刘怡林, 等. 含软弱夹层土坡稳定性的三维弹塑性数值模拟[J]. *郑州大学学报(工学版)*, 2012, 33(5): 1—4.
YUAN Wei, HUANG Mao-song, LIU Yi-lin, et al. Three-dimensional stability analysis of slopes with weak interlayer based on elastoplastic numerical method[J]. *Journal of Zhengzhou University (Engineering Science)*, 2012, 33(5): 1—4.
- [3] 冯树仁, 丰定祥, 葛修润, 等. 边坡稳定性的三维极限平衡分析方法及应用[J]. *岩土工程学报*, 1999, 21(6): 657—661.
FENG Shu-ren, FENG Ding-xiang, GE Xiu-run, et al. 3D limit equilibrium method for slope stability and its application[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 1999, 21(6): 657—661.
- [4] 陈祖煜, 弥宏亮, 汪小刚. 边坡稳定三维分析的极限平衡法[J]. *岩土工程学报*, 2001, 23(5): 525—529.
CHEN Zu-yu, MI Hong-liang, WANG Xiao-gang. A

three-dimensional limit equilibrium method for slope stability analysis[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2001, 23(5): 525—529.

- [5] CHENG Y M, LIU H T, WEI W B, et al. Location of critical three-dimensional non-spherical failure surface by NURBS functions and ellipsoid with applications to highway slopes[J]. **Computers and Geotechnics**, 2005, 32: 387—399.
- [6] CHEN W F. Limit analysis and soil plasticity[M]. New York: Elsevier Scientific Publishing Company, 1975.
- [7] NIAN T K, CHEN G Q, LUAN M T, et al. Limit analysis of the stability of slopes reinforced with piles against landslide in non-homogeneous and anisotropic soil[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2008, 45: 1092—1103.
- [8] MICHALOWSKI R L, DRESCHER A. Three-dimensional stability of slopes and excavations[J]. **Géotechnique**, 2009, 59(10): 839—850.
- [9] GAO Y F, ZHANG F, LEI G H, et al. An extended limit analysis of three-dimensional slope stability[J]. **Géotechnique**, 2012, 63(6): 518—524.
- [10] DRUCKER D, PRAGER W, GREENBERG H. Extended limit design theorems for continuous media[J]. **Quarterly of Applied Mathematics**, 1952, 9(4): 381—391.